

## **Wykład 8**

### **1. I zasada termodynamiki; przypomnienie i nowe sformułowania**

#### **1.1. I zasada termodynamiki dla masy kontrolnej**

#### **1.2. I zasada termodynamiki jako równanie kinetyczne**

#### **1.3. I zasada termodynamiki dla układów otwartych**

##### **1.3.1. Ujęcie masy kontrolnej**

##### **1.3.2. Ujęcie objętości kontrolnej**

#### **1.4. I zasada termodynamiki dla układów otwartych stacjonarnych o ustalonym przepływie (układy SUP)**

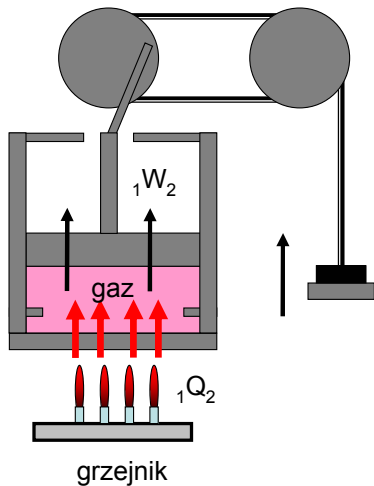
##### **1.4.1. Prędkość czynnika termodynamicznego na wejściu i/lub wyjściu układu otwartego**

## 1. I zasada termodynamiki; przypomnienie i nowe sformułowania

Powrócimy teraz na pewien czas do I zasady termodynamiki; zaczniemy od przypomnienia sformułowania I zasady dla masy kontrolnej w układzie zamkniętym i w układzie otwartym, a potem przejdziemy do sformułowania I zasady dla układu otwartego w sformułowaniu objętości kontrolnej.

### 1.1. I zasada termodynamiki dla masy kontrolnej

Dla układów zamkniętych (ale nie izolowanych) I zasadę termodynamiki formułujemy zawsze w ujęciu masy kontrolnej.



Rys. 8.1. Zamknięty układ termodynamiczny. Układ jest zamknięty, ale nie izolowany; ruchoma granica (tłok) umożliwia wykonanie pracy zewnętrznej (objętościowej), możliwy jest także dopływ ciepła z zewnętrznego źródła ciepła (grzejnika).

Układ zamknięty, taki jak pokazany na Rys. 8.1, może wymieniać z otoczeniem ciepło i pracę, a więc pierwsza zasada termodynamiki, dla przemiany zachodzącej pomiędzy stanami 1 i 2, przyjmie postać:

$${}_1Q_2 = U_2 - U_1 + {}_1W_2, \quad (1)$$

gdzie  ${}_1Q_2$  i  ${}_1W_2$  to ciepło i praca wymieniane z otoczeniem a  $U$  to energia wewnętrzna. Pomijamy energię kinetyczną i potencjalną czynnika (gazu) gdyż zakładamy, że ich różnice są bardzo małe (z pewnością jest tak w przykładzie pokazanym na Rys. 8.1.). Pamiętamy, że energia wewnętrzna jest funkcją stanu, tzn. jej wartość w stanie 1 czy 2 jest ściśle określona i nie zależy od drogi po której układ osiągnął ten stan. Inaczej niż energia, ciepło i praca wymienione pomiędzy układem i otoczeniem zależą od drogi przemiany. Dla bardzo blisko leżących stanów:

$$\delta Q = dU + \delta W, \quad (2)$$

gdzie, dla tych samych powodów rozróżniamy  $d$  od  $\delta$ , pierwsze symbolizuje różniczkę zupełną, drugie wyrażenie różniczkowe. Po scałkowaniu po jakiejś wybranej drodze, otrzymamy (1), gdzie różnica  $U_2 - U_1$  będzie niezależna od drogi, inaczej niż zależne od wyboru drogi wielkości ciepła i pracy,  ${}_1Q_2$  i  ${}_1W_2$ . Oczywiście, dla urządzenia takiego, jakie pokazano na Rys. 8.1, droga pomiędzy stanami 1 i 2, określonymi głównie przez blokady ograniczające ruch tłoka, będzie zależała od obciążenia tłoka, podobnie zresztą jak i stany 1 i 2. Chociaż objętości są dla czynnika roboczego w stanach 1 i 2 ustalone, ale ciśnienia gazu w obu stanach będą zależały od obciążenia tłoka. Dla stałego obciążenia tłoka zarówno droga jak i same stany 1 i 2 będą ściśle określone.

### 1.2. I zasada termodynamiki jako równanie kinetyczne

Dzieląc wyrażenie (2) przez  $\delta t$ , czas potrzebny na przejście pomiędzy dwoma blisko leżącymi stanami, otrzymamy:

$$\frac{\delta Q}{\delta t} = \frac{dU}{\delta t} + \frac{\delta W}{\delta t}$$

w granicy  $\delta t \rightarrow 0$  (w granicy oba stany są identyczne) otrzymamy

$$\frac{dU}{dt} = \dot{Q} - \dot{W}, \quad (3)$$

gdzie  $dU/dt$  jest pochodną  $U$  po czasie, a wielkości z kropkami nie są pochodnymi właściwymi, lecz przedstawiają granice wyrażen:

$$\dot{Q} = \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{\delta Q}{\delta t} \quad \text{ i } \quad \dot{W} = \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{\delta W}{\delta t}$$

które reprezentują strumień ciepła i pracy (czyli moc), wpływający, lub wypływający z objętości kontrolnej, którą wypełnia masa kontrolna. Jednostką obu strumieni jest kJ/s czyli kW.

### 1.3. I zasada termodynamiki dla układów otwartych

Układ otwarty to układ, który wymienia z otoczeniem nie tylko ciepło i pracę, jak układ zamknięty ale nie izolowany, ale także masę; układ może być obustronnie otwarty (przepływowy) lub jednostronnie otwarty, jak np. napełniany lub opróżniany zbiornik.

#### 1.3.1. Ujęcie masy kontrolnej

Ujęcie masy kontrolnej w zastosowaniu do układów otwartych przepływowych i jednostronnych stosowaliśmy niedawno do wprowadzenia pojęcia entalpii. Ograniczymy się zatem tylko do przypomnienia, że podstawą tego ujęcia jest śledzenie przemiany pewnej wybranej ilości czynnika (masy kontrolnej) od momentu „tuż-przed” wejściem do urządzenia cieplnego (w naszych rozważaniach, bardzo zresztą ogólnych, był to silnik odrzutowy) do momentu „tuż-po” wyjściu z układu. W układach jednostronnych nie ma wyjścia (dla napełniania) lub wejścia (dla opróżniania). Bilans energetyczny sporządzamy dla masy kontrolnej; wszystko co się dzieje z masą kontrolną podczas drogi przez urządzenie musi być w tym bilansie uwzględnione.

W naszych przykładach (rura z zaworem dławiącym i napełnianie zbiornika) ważną rolę odgrywała praca przetłaczania (flow work), która w polskiej terminologii jest także nazywana pracą napełniania lub pracą opróżniania. Ponieważ nie ma wymiany ciepła z otoczeniem,  ${}_1Q_2 = 0$ , różnice energii kinetycznej i potencjalnej są do pominięcia, I zasada dla masy kontrolnej przyjmuje postać:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = -{}_1W_2,$$

a w przypadku rury z zaworem praca wykonana przez i wykonana na układzie (czyli masie kontrolnej):

$${}_1W_2 = P_2 V_2 - P_1 V_1$$

stanowi całą pracę (nie ma pracy objętościowej lub technicznej), a więc można ją dołączyć do energii wewnętrznej

$$U_2 + P_2 V_2 = U_1 + P_1 V_1$$

i zastąpić obie wielkości entalpią:

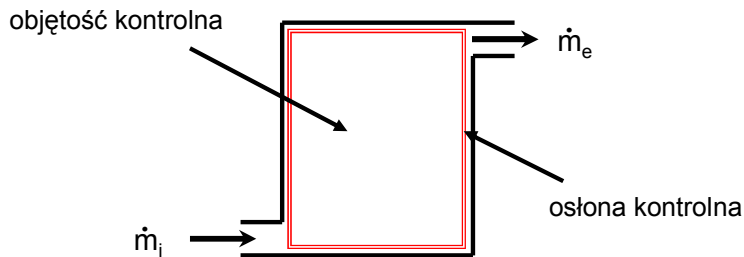
$$H_2 = H_1.$$

W obu rozpatrywanych procesach (dławienie gazu i napełnianie zbiornika powietrzem atmosferycznym) entalpia była zachowana co pozwalało na rozwiązanie problemu (znalezienie parametrów stanu końcowego).

### 1.3.2. Ujęcie objętości kontrolnej

W ujęciu objętości kontrolnej sporządzamy bilans masy i energii dla objętości kontrolnej.

W bilansie masy uwzględniamy strumień masy wpływającej do objętości kontrolnej i strumień masy wypływającej z objętości kontrolnej, tak jak to pokazano na Rys. 8.2.



Rys. 8.2. Urządzenie cieplne z jednym wlotem ( $i$  – inlet) i jednym wylotem ( $e$  – exit). Czerwona ramka obrazuje osłonę kontrolną, wydzielającą objętość kontrolną z całego urządzenia cieplnego.

Jeśli w czasie  $\Delta t$  do układu wpłynęła masa  $\Delta m_i$ , a wypłynęła z niego masa  $\Delta m_e$  to odpowiednie strumienie masy będą równe:

$$\dot{m}_i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta m_i}{\Delta t} \quad \text{i} \quad \dot{m}_e = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta m_e}{\Delta t}.$$

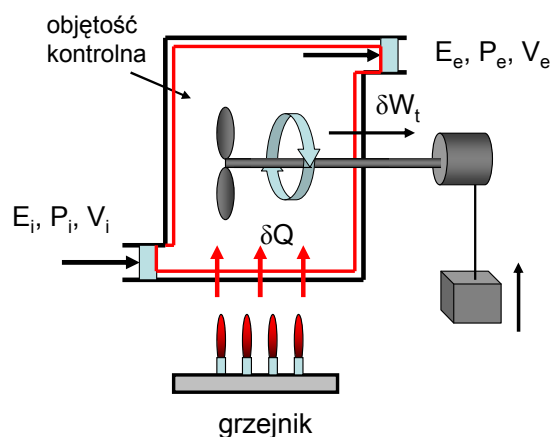
Zasada zachowania masy w każdej chwili czasu (to co wpływa minus to co wypływa równa się to co przybywa) sprowadza się do:

$$\frac{dm_{ok}}{dt} = \dot{m}_i - \dot{m}_e \quad (4)$$

gdzie  $m_{ok}$  jest masą zawartą w objętości kontrolnej. Warto zwrócić uwagę i pamiętać o różnicy pomiędzy strumieniem masy a pochodną; zmiana ilości masy w objętości kontrolnej jest różniczką zupełną, a ilość masy wpływającej lub wypływającej z układu już nie. Podobnie jest z pracą i ciepłem, można otrzymać taką samą zmianę masy zawartej wewnątrz objętości kontrolnej na różne sposoby; mniejszy wpływ można skompensować mniejszym wypływem itd. Oczywiście, o ile układ ma więcej wlotów i wylotów, należy uwzględnić wszystkie strumienie masy z odpowiednim znakiem.

Żeby sporządzić bilans energii dla układu (czyli wszystkiego, co znajduje się w objętości kontrolnej) musimy uwzględnić nie tylko dopływ ciepła i wypływ pracy, jak w przypadku masy kontrolnej, ale także strumień energii wpływającej do i wypływającej z objętości kontrolnej, związany z masą wpływającą do i wypływającą z objętości kontrolnej.

Rys. 8.3. Urządzenie cieplne z jednym wlotem i wylotem dla czynnika roboczego. Urządzenie wykonuje pracę techniczną podnosząc ciężarek i pobiera ciepło z zewnętrznego źródła ciepła (grzejnika).



Przyjmijmy, że do objętości kontrolnej wpływa, w czasie  $\Delta t$ , czynnik roboczy o masie  $\Delta m_i$ , a wypływa  $\Delta m_e$ . Wzrost energii układu będzie równy ilości energii wniesionej do objętości kontrolnej przez czynnik wpływający, plus ciepło dodane z zewnętrznego źródła ciepła (z grzejnika), plus praca wykonana na układzie

minus energia usunięta z układu razem z czynnikiem wpływającym z układu, minus praca wykonana przez układ.

$$\Delta E_{ok} = E_i - E_e + \Delta Q - \Delta W \quad (5)$$

Energia całkowita czynnika

$$E = E_{kin} + E_{pot} + U,$$

przy czym

$$E_{kin} = \frac{\Delta m \cdot c^2}{2}; \quad E_{pot} = \Delta m \cdot gZ; \quad U = \Delta m \cdot u, \quad (6)$$

gdzie  $c$  to prędkość, a  $Z$  to położenie (wysokość) czynnika w jakimś układzie odniesienia.

Jeśli kształt objętości kontrolnej wybierzemy tak, żeby wpływ i wypływ były prostopadłe do jej powierzchni wówczas wprowadzenie pewnej masy do systemu wymaga wykonania pracy przetwarzania (napęlniania)  $P_i V_i$  gdzie  $P_i$  jest ciśnieniem na wejściu, a  $V_i$  jest objętością wprowadzonej masy. Analogicznie, wyprowadzenie masy z układu wymaga wykonania przez układ pracy przetwarzania (opróżniania)  $P_e V_e$ . Po uwzględnieniu pracy technicznej  $\Delta W_t$ , całkowita praca wykonana przez układ będzie równa:

$$\Delta W = P_e V_e - P_i V_i + \Delta W_t,$$

lub, uwzględniając, że:  $V_i = \Delta m_i v_i$  i  $V_e = \Delta m_e v_e$ , otrzymamy:

$$\Delta W = \Delta m_e P_e v_e - \Delta m_i P_i v_i + \Delta W_t. \quad (7)$$

Podstawiając (6) i (7) do (5) otrzymamy:

$$\Delta E_{ok} = \Delta m_i \left( u_i + P_i v_i + \frac{c_i^2}{2} + gZ_i \right) - \Delta m_e \left( u_e + P_e v_e + \frac{c_e^2}{2} + gZ_e \right) + \Delta Q - \Delta W_t,$$

a po uwzględnieniu definicji entalpii (właściwej)  $h = u + Pv$ :

$$\Delta E_{ok} = \Delta m_i \left( h_i + \frac{c_i^2}{2} + gZ_i \right) - \Delta m_e \left( h_e + \frac{c_e^2}{2} + gZ_e \right) + \Delta Q - \Delta W_t.$$

Dzieląc przez  $\Delta t$  i przechodząc do granicy,  $\Delta t \rightarrow 0$ , otrzymamy I zasadę termodynamiki w sformułowaniu objętości kontrolnej:

$$\frac{dE_{ok}}{dt} = \dot{m}_i \left( h_i + \frac{c_i^2}{2} + gZ_i \right) - \dot{m}_e \left( h_e + \frac{c_e^2}{2} + gZ_e \right) + \dot{Q} - \dot{W}_t. \quad (8)$$

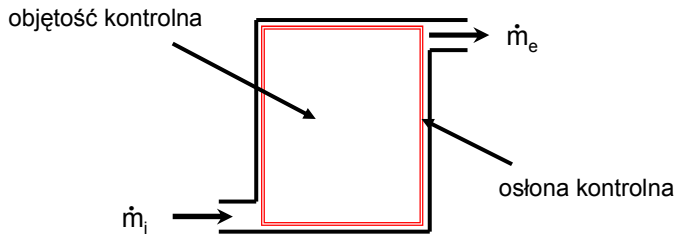
Przypominamy raz jeszcze, że strumień (natężenie przepływu) wielkości  $X$ :

$$\dot{X} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta X}{\Delta t}.$$

#### 1.4. I zasada termodynamiki dla układów otwartych stacjonarnych o ustalonym przepływie (układy SUP)

Układ stacjonarny to układ, którego stan (lub stany wydzielonych części tego układu) nie zmieniają się w czasie. Jeśli jest to układ otwarty to właściwie stacjonarność układu wymaga,

by przepływ czynnika przez ten układ był także stacjonarny, czyli ustalony. Dla całkowitej jasności będziemy jednak, podobnie jak w podręcznikach termodynamiki technicznej (np. SBvW) formułować oba wymogi; układ stacjonarny o ustalonym przepływie (USUP) to układ stacjonarny (stan lub stany układu lub jego wydzielonych części niezmiennie w czasie), w którym przepływ czynnika jest także ustalony.



Rys. 8.4. Układ otwarty stacjonarny o ustalonym przepływie. W warunkach ustalonego przepływu oba pokazane na rysunku strumienie masy muszą być równe.

Dla układu SUP, takiego jak na rys. 8.4, o jednym wlocie i wylocie, do oczywistego warunku:

$$\frac{dm_{ok}}{dt} = \dot{m}_i - \dot{m}_e \quad (9)$$

wynikającego z zasady zachowania masy, w warunkach ustalonego przepływu dodatkowym warunkiem będzie:

$$\begin{aligned} \dot{m}_i &= \text{const} \\ \dot{m}_e &= \text{const} \end{aligned} \quad (10)$$

Z kolei stan ustalony układu (czyli energia i masa zawarte w układzie nie zmieniają się) wymaga by:

$$\frac{dm_{ok}}{dt} = 0 \quad (11)$$

co oznacza, że:

$$\frac{dm_{ok}}{dt} = \dot{m}_i - \dot{m}_e = 0$$

czyli:

$$\dot{m}_i = \dot{m}_e = \dot{m},$$

gdzie:

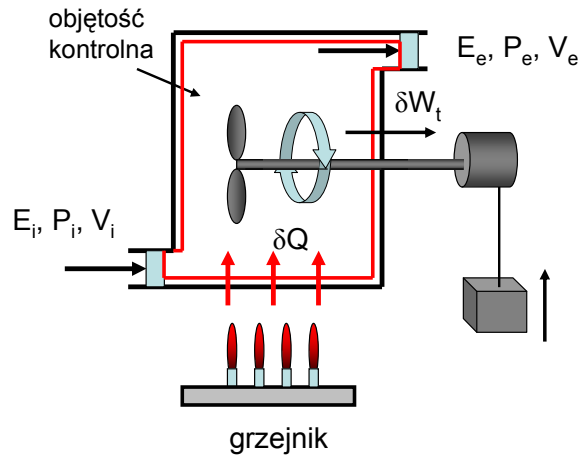
$$\dot{m}_{i(e)} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta m_{i(e)}}{\Delta t}; \quad \dot{m} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta t} \quad \text{ i } \quad \Delta m_i = \Delta m_e = \Delta m.$$

Tak więc działanie układu SUP, pokazanego na Rys. 8.5, polega na tym, że w czasie  $\Delta t$  do objętości kontrolnej wpływa masa  $\Delta m_i$  o objętości  $V_i$  i energii  $E_i$ , pod ciśnieniem  $P_i$ . Wypływa masa  $\Delta m_e$  o objętości  $V_e$ , energii  $E_e$ , pod ciśnieniem  $P_e$  przy czym  $\Delta m_i = \Delta m_e = \Delta m$ . W tym czasie układ pobiera ciepło  $\delta Q$  i wykonuje pracę techniczną  $\delta W_t$ .

Bilans energetyczny układu będzie taki jak dla układu otwartego, tzn.:

$$\frac{dE_{ok}}{dt} = \dot{m}_i \left( h_i + \frac{c_i^2}{2} + gZ_i \right) - \dot{m}_e \left( h_e + \frac{c_e^2}{2} + gZ_e \right) + \dot{Q} - \dot{W}_t \quad (12)$$

Rys. 8.5. Układ otwarty stacjonarny o ustalonym przepływie. Przepływ czynnika jest ustalony; układ wykonuje także pracę techniczną i pobiera ciepło z zewnętrznego źródła w taki sposób, że układ znajduje się w stanie ustalonym.



z dodatkowym warunkiem, wynikającym ze stacjonarności układu:

$$\frac{dE_{ok}}{dt} = 0. \quad (13)$$

Wprowadzając oba warunki, (11) i (13), do równania (12) otrzymamy:

$$\frac{dE_{ok}}{dt} = \dot{Q} - \dot{W}_t + \dot{m} \left( u_i + P_i v_i + \frac{1}{2} c_i^2 + gZ_i \right) - \dot{m} \left( u_e + P_e v_e + \frac{1}{2} c_e^2 + gZ_e \right) = 0.$$

Porządkujemy wyrazy; umieszczając te z plusem po lewej, a te z minusem po prawej stronie, otrzymamy:

$$\dot{Q} + \dot{m} \left( u_i + P_i v_i + \frac{1}{2} c_i^2 + gZ_i \right) = \dot{W}_t + \dot{m} \left( u_e + P_e v_e + \frac{1}{2} c_e^2 + gZ_e \right), \quad (14)$$

równanie, które wyraża I zasadę termodynamiki dla układu otwartego, stacjonarnego o ustalonym przepływie o jednym wlocie i jednym wylocie. Równanie to w oczywisty sposób odpowiada zasadzie zachowania energii; po lewej stronie mamy ciepło i energię (wewnętrzną, kinetyczną i potencjalną) dodane do układu oraz pracę wykonaną na układzie (praca napełniania) a po prawej pracę wykonaną przez układ (praca techniczna i praca opróżniania) i energię (wewnętrzną, kinetyczną i potencjalną) wypływającą z układu razem ze strumieniem masy.

Na ogół można pominąć energie potencjalne (gdyby była taka potrzeba, można je zawsze dopisać), dołączymy także pracę przetłaczania do energii wewnętrznej i zastąpimy je entalpią:

$$h_{i(e)} = u_{i(e)} + P_{i(e)} v_{i(e)}.$$

Otrzymamy wówczas:

$$\dot{Q} + \dot{m} \left( h_i + \frac{1}{2} c_i^2 \right) = \dot{W}_t + \dot{m} \left( h_e + \frac{1}{2} c_e^2 \right). \quad (15)$$

Dalej, ponieważ:

$$\frac{\dot{Q}}{\dot{m}} \leftarrow \frac{\delta Q / \Delta t}{\Delta m / \Delta t} = \frac{\delta Q}{\Delta m} \xrightarrow{\Delta t \rightarrow 0} q \quad \text{ i } \quad \frac{\dot{W}_t}{\dot{m}} \leftarrow \frac{\delta W_t / \Delta t}{\Delta m / \Delta t} = \frac{\delta W_t}{\Delta m} \xrightarrow{\Delta t \rightarrow 0} w_t$$

gdzie  $q$  i  $w_t$  to ciepło dodane do układu i praca techniczna otrzymana z układu na 1 kg wpływającego (i wypływającego) do (z) układu czynnika, można, dzieląc obie strony równania (15) przez  $\dot{m}$ , otrzymać:

$$q + h_i + \frac{1}{2} c_i^2 = w_t + h_e + \frac{1}{2} c_e^2, \quad (16)$$

równanie, które zastosujemy teraz do kilku urządzeń SUP o podstawowym znaczeniu w technice cieplnej.

Zanim jednak przejdziemy do urządzeń SUP warto zwrócić uwagę na jeden problem. Często pomijamy, oprócz energii potencjalnej także energię kinetyczną. Bardzo często warto sprawdzić czy jest to uzasadnione.

#### 1.4.1. Prędkość czynnika termodynamicznego na wejściu i/lub wyjściu układu otwartego

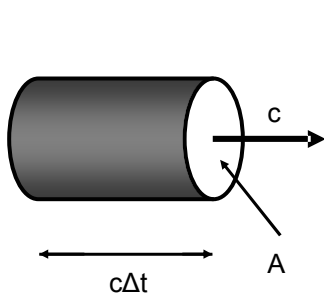
Prędkości czynnika  $c_i$  i  $c_e$  na wejściu i/lub wyjściu układu otwartego (niekoniecznie stacjonarnego) nie są niezależne od innych parametrów układu. Ponieważ:

$$\dot{m}_{i(e)} = c_{i(e)} \frac{A_{i(e)}}{v_{i(e)}} \quad (17)$$

gdzie  $A_{i(e)}$  to przekroje, a  $v_{i(e)}$  objętości właściwe czynnika na wejściu i wyjściu, widać, że przy dużej zmianie objętości właściwej (np. gdy czynnik zmienia fazę z ciekłej na lotną lub odwrotnie) i niesprzyjającym stosunku przekrojów, możemy mieć dużą zmianę prędkości czynnika i konieczność uwzględnienia jego energii kinetycznej.

Uzasadnienie wzoru (17)

Rurą o przekroju  $A$  płynie gaz z prędkością  $c$ . Przez przekrój  $A$  w wybranym, ustalonym punkcie rury przepływa w czasie  $\Delta t$  gaz, zawarty w cylindrze o przekroju  $A$  i długości  $c\Delta t$ . Masa tego gazu będzie:



$$m = \frac{V}{v}$$

gdzie  $V$  to objętość cylindra a  $v$  objętość właściwa gazu. Podstawiając  $V = A \cdot c\Delta t$  i dzieląc obie strony przez  $\Delta t$  otrzymamy:

$$\dot{m} = \frac{A \cdot c}{v}$$

Oczywiście mamy także:  $A = \pi R^2 / 4$ , gdzie  $R$  jest średnicą rury przez którą płynie gaz.

**Przykład.** W rurze o średnicy 20 cm płynie powietrze z prędkością 0,1 m/s. Temperatura powietrza wynosi 25°C i ciśnienie 150 kPa. Oblicz strumień masy powietrza płynącego rurą.

Odp. 0,0055 kg/s

Z tabeli A.5 SBvW znajdujemy dla powietrza w warunkach normalnych (25°C, 100 kPa)  $R = 0,287$  kJ/kgK. Stąd  $v = RT/P = 0,287 \cdot 298,2 / 150 = 0,5705$  m³/kg. Przekrój  $A = \pi(0,2)^2 / 4 = 0,0314$  m².  $\dot{m} = c \cdot A / v = 0,1 \cdot 0,0314 / 0,5705 = 0,0055$  kg/s